

## 分数関数など 章末テスト

注) 空欄には整数(選択肢の場合は選択肢の番号の整数)が入る。ただし1文字につき1ケタとは限らない。

### 第1問 (配点40)

(1) 分数関数  $y = \frac{8x+1}{2x-6}$  の定義域は  $x \neq$  , 値域は  $y \neq$   である。

(2)  $f(x) = \sqrt{x-1}$  とするとき  $(f \circ f)(x)$  の定義域は  $x \geq$  , 値域は  $(f \circ f)(x) \geq$   である。

(3)  $f(x) = x^2 - 3, g(x) = x^2 + 4$  のとき  
 $(f \circ g)(x) = x^2 +$    $x +$  ,  
 $(g \circ f)(x) = x^2 +$    $x +$   である。ただし負の整数が入ることもある。

(4)  $x > 0$  のとき  $f(x) = x^3 + x^2$  の逆関数を  $f^{-1}(x)$  とするとき

$f^{-1}(2) =$   であり  $f(x) = f^{-1}(x)$  となる  $x$  は

$x = \frac{\text{コ} + \sqrt{\text{サ}}}{\text{シ}}$  である。

(5)  $f(x) = \frac{2x-3}{x-1}$  とする。 $y = f(f(x))$  と  $y = kx - 3$  の共有点の個数が1個となるような実数  $k$  は全部で  個ある。

## 第2問 (配点 20)

$f(x) = \frac{x-3}{7x+a}$  とする。ただし  $a$  は正の定数である。

$$(1) (f \circ f)(x) = \frac{-\boxed{\text{セ}}x - \boxed{\text{ソ}}a - \boxed{\text{タ}}}{(\boxed{\text{チ}}a + \boxed{\text{ツ}})x + (a^2 - \boxed{\text{テ}})}$$

$$(2) f^{-1}(x) = \frac{-ax - \boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}x - \boxed{\text{ニ}}}$$

$$(3) (f \circ f)(x) = f^{-1}(x) \text{ のとき } f^{100}(x) = \frac{x - \boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}x + \boxed{\text{ノ}}}$$

ただし  $f^{100}(x)$  とは  $f$  を 100 回合成させた関数である。

## 第3問 (配点 20)

-100 以上 100 以下の整数  $x$  の中で次の不等式をみたすものはいくつあるか?

$$(1) \sqrt{x+1} \geq x-5 \quad \boxed{\text{ハ}} \text{ 個}$$

$$(2) \frac{2x-2}{x-3} \geq x-5 \quad \boxed{\text{ヒ}} \text{ 個}$$

$$(3) \frac{2x-2}{x-3} \geq \sqrt{x+1} \quad \boxed{\text{フ}} \text{ 個}$$

**第4問** (配点20)

$(x, y)$  が  $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 2$  を満たしながら動く。

(1)  $\frac{x - y}{x + y}$  の最大値は  $\boxed{\text{へ}}$ ，最小値は  $\frac{\boxed{\text{ホ}}}{\boxed{\text{マ}}}$  である。

(2)  $\frac{4x^2 - 2xy + y^2}{4x^2 + 2xy + y^2}$  の最小値は  $\frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ム}}}$  である。

(問題は以上で終わりである)