

## 数III微分 章末テスト

注) 空欄には整数(選択肢の場合は選択肢の番号の整数)が入る。ただし1文字につき1ケタとは限らない。

### 第1問 (配点25)

$$(1) \quad f(x) = x^4 \cdot \sqrt{x} \text{ のとき } f'(x) = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} x^{\boxed{\text{ウ}}} \sqrt{x}$$

$$(2) \quad f(x) = (3x^2 + 2)^5 \text{ のとき } f'(x) = \boxed{\text{エ}} x(3x^2 + 2)^{\boxed{\text{オ}}}$$

$$(3) \quad f(x) = \log_x 3 \text{ のとき 2階微分 } f''(x) = \frac{\log \boxed{\text{カ}} (\log x + \boxed{\text{キ}})}{x^{\boxed{\text{ク}}} (\log x)^{\boxed{\text{ケ}}}}$$

$$(4) \quad e^y + xy^2 = 9 \text{ のとき } \frac{dy}{dx} \text{ を } y \text{ の式で表すと } \frac{dy}{dx} = -\frac{y^{\boxed{\text{コ}}}}{ye^y - \boxed{\text{サ}} e^y + \boxed{\text{シ}}}$$

(5)  $y = f(x)$  の逆関数を  $g(x) = f^{-1}(x)$  とする。 $f(x)$  などの値が以下の表のとき

$$g'(2) = \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}, g''(2) = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}} \text{ である。}$$

$f(1) = 2$	$f(2) = 3$	$f(3) = 4$
$f'(1) = 6$	$f'(2) = 4$	$f'(3) = 2$
$f''(1) = 9$	$f''(2) = 2$	$f''(3) = 7$

## 第2問 (配点30)

[A]  $f(x) = 3x^3 - 36x - 16$  とする。 $f(x) = 0$  は異なる3つの実数解をもつ。この3つの解を  $\alpha, \beta, \gamma$  とおくと  $f(x) = 3(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma) \cdots$  ① とかける。

(1) ①を  $x$  で微分するとどれになるか?

①  $3(x-\alpha) + 3(x-\beta) + 3(x-\gamma)$

②  $3(x-\alpha)(x-\beta) + 3(x-\beta)(x-\gamma) + 3(x-\gamma)(x-\alpha)$

③  $3(x-\alpha)(x-\beta) + 6(x-\beta)(x-\gamma) + 3(x-\gamma)(x-\alpha)$

④  $3(x-\alpha)(x-\beta) + 3(x-\beta)(x-\gamma) + 6(x-\gamma)(x-\alpha)$

(2)  $\frac{1}{\alpha+2} + \frac{1}{\beta+2} + \frac{1}{\gamma+2} =$

[B]  $g(x) = \frac{3x^3 + 2ax^2 + (a^2 - 1)x + b}{x^2 - c}$  とする。

$y = g(x)$  は  $x = 2$  が漸近線で  $x = 0$  で極大値0をもつ。

(1)  $a =$  ,  $b =$  ,  $c =$   である。

(2)  $x = 2$  以外の漸近線は  $x =$   と  $y =$    $x +$   である。

(3)  $y = g(x)$  は  $x = 0$  の0も含めて極値は全部で  個あり、それらの和は  である。

### 第3問 (配点 30)

$f(x) = \log(x^2 + 16)$  について考える。

- (1)  $f(-x) = f(x)$  より  $y = f(x)$  は  $y$  軸対称である。  $x \geq 0$  の部分の  $y = f(x)$  の増減表は下のようになる。

$x$	0	...	あ	...
$f'(x)$	い			
$f''(x)$	う			
$f(x)$	$4 \log 2$	え		お

い ・ う の選択肢

①	0	+	+	+
②	0	-	-	-
③	+	+	0	+
④	+	+	0	-
⑤	-	-	0	+
⑥	-	-	0	-

え ・ お の選択肢

① ↘

② ↗

③ ↗

④ ↘

(2) 点  $(3, s)$  を通る  $y = f(x)$  の異なる接線の本数は

$$s > \boxed{\text{か}} \log \boxed{\text{き}} \text{ のとき } \boxed{\text{く}} \text{ 個}$$

$$s = \boxed{\text{か}} \log \boxed{\text{き}} \text{ のとき } \boxed{\text{け}} \text{ 個}$$

$$\boxed{\text{こ}} \log \boxed{\text{さ}} - \frac{\boxed{\text{し}}}{\boxed{\text{す}}} < s < \boxed{\text{か}} \log \boxed{\text{き}} \text{ のとき } \boxed{\text{せ}} \text{ 個}$$

$$s = \boxed{\text{こ}} \log \boxed{\text{さ}} - \frac{\boxed{\text{し}}}{\boxed{\text{す}}} \text{ のとき } \boxed{\text{そ}} \text{ 個}$$

$$\boxed{\text{た}} \log \boxed{\text{ち}} - \frac{\boxed{\text{つ}}}{\boxed{\text{て}}} < s < \boxed{\text{こ}} \log \boxed{\text{さ}} - \frac{\boxed{\text{し}}}{\boxed{\text{す}}} \text{ のとき}$$

$$\boxed{\text{と}} \text{ 個}$$

$$s = \boxed{\text{た}} \log \boxed{\text{ち}} - \frac{\boxed{\text{つ}}}{\boxed{\text{て}}} \text{ のとき } \boxed{\text{な}} \text{ 個}$$

$$s < \boxed{\text{た}} \log \boxed{\text{ち}} - \frac{\boxed{\text{つ}}}{\boxed{\text{て}}} \text{ のとき } \boxed{\text{に}} \text{ 個}$$

である。

#### 第4問 (配点15)

関数  $f(x)$  は次の関係を満たすとする。  $f'(0) = 5$ ,

$$f(x)f(y) + 9xy + 3x + 3y = f(x+y) + 3xf(y) + 3yf(x)$$

(1)  $f(0) = \boxed{\text{ぬ}}$  である。

(2)  $f'(x) = \boxed{\text{ね}}x + \boxed{\text{の}}f(x) + \boxed{\text{は}}$  である。

(3)  $g(x) = \log(f(x) - \boxed{\text{は}}x)$  とおくと  $g'(x) = \boxed{\text{ひ}}$  である。

(4)  $f(7) = e^{\boxed{\text{ふ}}} + \boxed{\text{へ}}$  である。

(問題は以上で終わりである)